III. Skalenbildung (Exploratorische Faktorenanalyse)

= Ist eine Skalenbildung möglich? Welche Items bilden eine Skala? Wie viele Skalen werden gebildet?

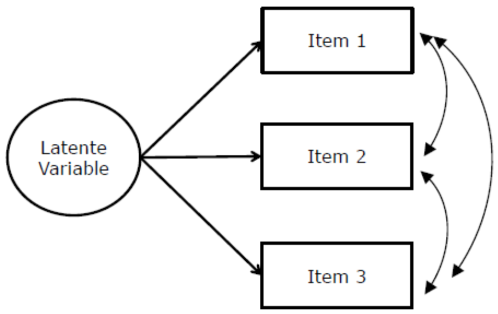
Übersicht: Exploratorische Faktorenanalyse

- Instrument der **induktiven** Testkonstruktion:
  Liegt für ein interessierendes Konstrukt kein theoretisches Modell vor, kann mit Hilfe der exploratorischen Faktorenanalyse Klarheit geschaffen werden, ob das Konstrukt eindimensional oder mehrdimensional ist und welche Items sich zu Dimensionen zusammenfassen lassen.
  Aus der Empirie kann dann ein theoretisches Modell entwickelt werden.

- Faktorenanalysen untersuchen korrelative Beziehungen zwischen Variablen
  - explorative, hypothesengenerierendes Verfahren

- Ziele:
  - Datenreduktion
  - Zusammenfassung von Variablen zu homogenen Untergruppen *(Skalen)*
  - Entwicklung psychologischer Tests *(Hauptanwendung & Ursprung der expl. Faktorenanalyse)*
  - Zurückführen von Variablen auf latente Variablen (Ziel: Ursachen für Korrelationen klären)
  - Bestimmung der Konstruktvalidität

Darstellung von Zusammenhängen



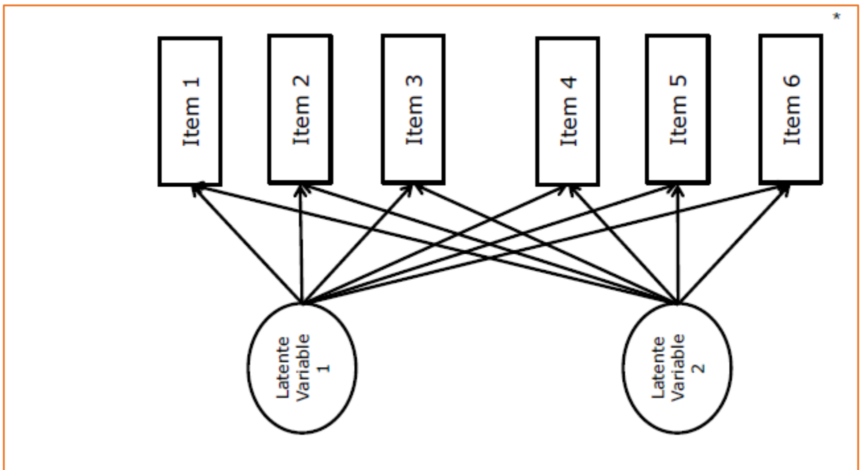
- Aus indikativen Verhaltensweisen (Items) versucht man, Schlussfolgerungen auf eine latente Variable zu ziehen
- Items kovariieren, wenn Items von der gleichen latenten Variable beeinflusst werden

Kovarianzmatrix: Beispiel mit drei Items

	Item 1	Item 2	Item 3
Item 1	$s^2_{x_1}$		
Item 2	$cov_{x_1x_2}$	$s^2_{x_2}$	
Item 3	$cov_{x_1x_3}$	$cov_{x_2x_3}$	$s^2_{x_3}$

Korrelationsmatrix: Beispiel mit drei Items

	Item 1	Item 2	Item 3
Item 1	1		
Item 2	$r_{x_1x_2}$	1	
Item 3	$r_{x_1x_3}$	$r_{x_2x_3}$	1



* Die durch Doppelpfeile darstellbaren Interkorrelationen zwischen den Items sind zwecks der Übersichtlichkeit nicht dargestellt (insg. 15 Interkorrelationen)

Methoden

Hauptkomponentenanalyse (PCA)

- Am einfachsten, wenig Probanden nötig

Hauptfaktorenanalyse (PFA)

- Mehr Probanden nötig, aber präzisere Schätzung als PCA

Maximum-Likelihood-Faktorenanalyse (ML)

- Bessere Schätzung als PFA (und PCA), aber strenge Voraussetzungen

[Analyse der Methoden durch Monte Carlo Studien]

PCA Hauptkomponentenanalyse

Schritte der PCA:

1. (Theoretische Vorüberlegung)
2. Auswahl der Variablen bzw. Items
3. Erfassung der Variablen (Datenerhebung)
4. Erstellung einer Korrelationsmatrix
5. Faktorenextraktion
6. Bestimmung der Faktorenanzahl
7. Faktorenrotation
8. Interpretation der Faktoren (Komponenten)

Bei expl. Faktorenanalyse liegt normalerweise keine Theorie vor, sondern wird ersucht

Schritt 1 & 2

Theoretische Vorüberlegung und Itemauswahl

- Berücksichtigung von Faktoren kein statistisches, sondern logisch-inhaltliches Problem
- Frage: Welche Faktoren/ Komponenten sollen extrahiert werden?
- Auswahl von Items, die diese Faktoren/ Komponenten abbilden können.

Das Ergebnis der F.-Analyse ist größtenteils von den Variablen abhängig, die in ihr berücksichtigt werden! Zum Beispiel sind die Big Five machmal auch Big Seven, je nachdem wie der Itempool gewählt ist.

> Beispiel Itemauswahl:
> Extraversion und Neurotizismus
> Item1: Ich bin jemand, der kommunikativ ist.
> Item2: Ich bin jemand, der aus sich herausgehen kann.
> Item3: Ich bin jemand, der gesellig ist.
> Item4: Ich bin jemand, der sich oft Sorgen macht.
> Item5: Ich bin jemand, der leicht nervös wird.
> Item6: Ich bin jemand, der nicht gut mit Stress umgehen kann.

Schritt 3

Datenerhebung

Mindestgröße des Stichprobenumfangs ist abhängig von der Komplexität/Heterogenität der Stichprobe. Eine von vielen Daumenregeln zur Festlegung der Mindestgröße des Stichprobenumfangs:

- N > 3 x Anzahl der Items
  besser noch:
- N > 5 x Anzahl der Items
- N > 60

Schritt 4

Korrelationsmatrix

Erstellen einer Korrelationsmatrix geht nur bei wenig Items, je mehr, desto unübersichtlicher.

	Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6
Item1	1					
Item2	**.60**	1				
Item3	**.63**	**.46**	1			
Item4	-.07	-.12	-.10	1		
Item5	-.10	-.19	-.29	**.49**	1	
Item6	-.02	-.09	.01	**.44**	**.56**	1

Sind die Variablen faktorisierbar?

- Bartlett's Signifikanztest auf Sphärizität
  - Prüft Korrelmatrix mit Nullkorrelmatrix: Weicht Korrelmatrix signifikant von Nullkorellmatrix ab? Signifikanz muss aber noch nicht heißen, dass die Items faktorisierbar sind
  - Sphärizität = Annahme, dass die Varianzen der Differenzen aller Paare von abhängigen Messungen gleich sind. *(bedeutet, dass die einzelnen Varianzen und Kovarianzen gleich sind.)*
    z.B. im Fall von 3 Messungen:
    $d_1 = x_1 - x_2$ $\quad d_2 = x_1 - x_3$ $\quad d_3 = x_2 - x_3$
    wenn $\mathrm{Var}(d_1) \approx \mathrm{Var}(d_2) \approx \mathrm{Var}(d_3)$, dann liegt Sphärizität vor

- Kaiser-Meyer-Olkin-Koeffizient
  - Maß der Stichprobeneignung nach KMO
  - Prüft ob ein Datensatz sich durch bestimmte Faktoren darstellen lässt (faktorisierbar ist).
  - Wert unter 0,5 ist nicht annehmbar

$$KMO = \frac{\sum\sum r_{ij}^2}{\sum\sum r_{ij}^2 + \sum\sum r_{ij.z}^2}$$

Aufsummierung aller Korrelationen

Partialkorrelation von Item 1 und Item 2, wenn alle anderen Items konstant gehalten werden/auspartialisiert werden.
Gut, wenn klein

.50-.59	schlecht
.60-.69	mäßig
.70-.79	mittel
.80-.89	gut
>.90	sehr gut

Beispiel

KMO- und Bartlett-Test

Maß der Stichprobeneignung nach Kaiser-Meyer-Olkin.		= .632
Bartlett-Test auf Sphärizität	Ungefähres Chi-Quadrat	= 216.016
	df	= 15
	Signifikanz nach Bartlett	= .000

Schritt 5

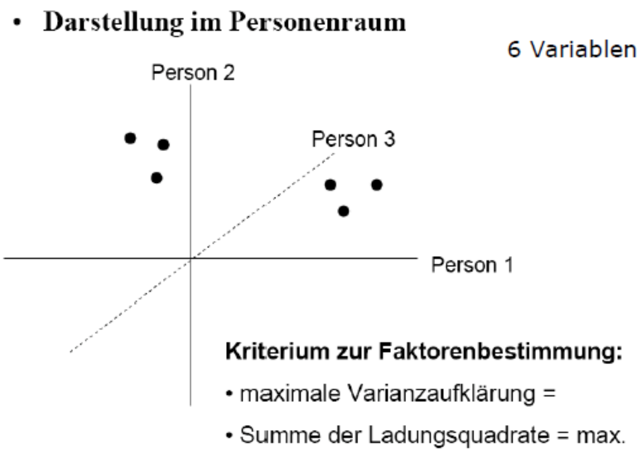
Faktorenextraktion

Wie lassen sich Faktoren extrahieren?

Bedingungen der Faktorenextraktion

1. Faktoren sind wechselseitig voneinander unabhängig.
2. Sie erklären sukzessive maximale Varianz

A. Geometrische Darstellung der Faktorenextraktion



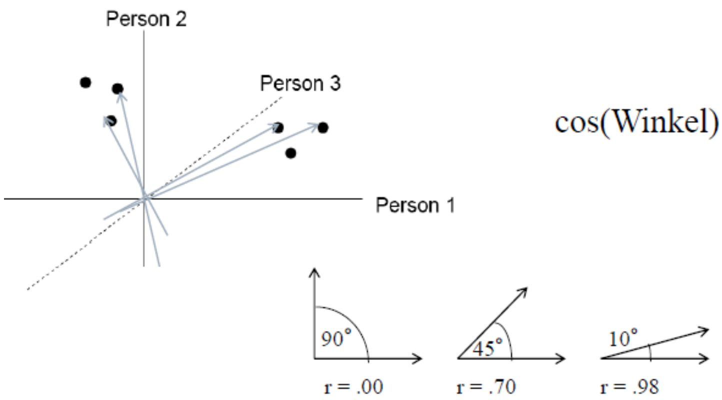
Achsen = Versuchspersonen

Punkte = Variablen/Items

Koordinaten = Werte der Versuchspersonen

Ladungsquadrate a^2 = Korrel. Item & Faktor

Über die Lage der Punkte kann man Aussagen über die **Korrelation der Items** machen:
Je „näher“ zusammen sie liegen, desto höher ist die Korrelation zwischen den Variablen.
Die Nähe/Korrelation von zwei Items bestimmt man über den Winkel ihrer Ortsvektoren



$$\cos(\text{Winkel}) = r$$

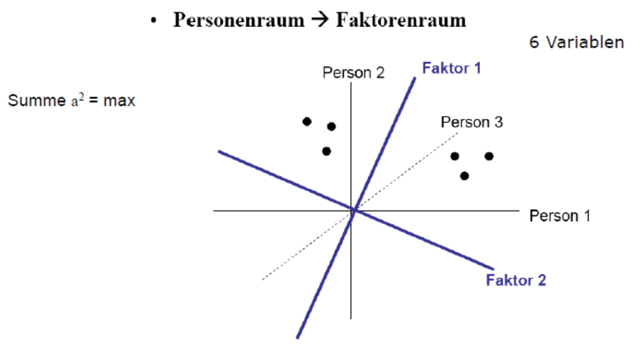
Sukzessive Bestimmung der Faktoren

Um nun die Faktoren zu bestimmen, legt man einen Faktor nach dem anderen (sukzessiv) möglichst optimal in den Personenraum (->Faktorraum).
Der Winkel zwischen Ortsvektor der Variablen und Faktorvektor bildet die Korrelation zwischen Variable (Item) und Faktor. = Ladungsquadrate a^2 / Varianzaufklärung

1. Faktor 1 wird als erstes so in den Personenraum gelegt, dass er maximale Varianzaufklärung/ Summe der Ladungsquadrate a^2 liefert (möglichst hohe Korrelation der Variablen auf den Faktor)
2. Extrahierung des Faktor 1 aus der Gesamtvarianz -> Restvarianz
3. Faktor 2 wird orthogonal zum Faktor 1 in den Personenraum gelegt mit dem Ziel, die Summe der Ladungsquadrate zu maximieren

… usw.

➔ Insgesamt können in der PCA so viele Variablen wie Faktorenextrahiert werden. Dies widerspricht jedoch dem Ziel der Datenreduktion



Statistische Kriterien:

Faktor soll maximale Varianzaufklärung leisten (passiert, wenn Faktor mit allen ähnlich gut korreliert: optimale Position zwischen Punkten.

1. Faktor optimale Position, 2. Faktor dann orthogonal dazu, da unabhängig und kann wieder beste Position aussuchen.

Quadrierte Faktorladungsmatrix
(quadrierte Korrelation zwischen den Variablen- und Faktorwerten)

	Faktor 1	Faktor 2
Variable 1	a_{11}^2	+ a_{12}^2
Variable 2	+ a_{21}^2	a_{22}^2
Variable 3	+ a_{31}^2	a_{32}^2
Variable p	+ …	…
Variable 6	+ a^2_{61}	a^2_{61}

Kommunalität

Faktorladung^2

Eigenwert Faktor 1

Kommunalität
= Wie viel Varianz eines Items wird aufgeklärt? Summe der qaudr. Faktorladungen eines Items

Faktorladung a^2
= quadrierte Korrelation der einzelnen Items auf einen Faktor

Eigenwert
= Summe der Ladungsquadrate / Varianzaufklärung eines Faktors

quadrierte Faktorladung

	Faktoren						Kommunalität
	1	2	3	4	5	6	h^2
Item1	.481	.308	.008	.002	.114	.087	1.00
Item2	.480	.166	.213	.005	.126	.010	1.00
Item3	.502	.196	.208	.013	.003	.077	1.00
Item4	.276	.329	.008	.383	.003	.002	1.00
Item5	.438	.287	.061	.068	.088	.058	1.00
Item6	.228	.463	.100	.099	.085	.025	1.00
Eigen-wert	2.405	1.749	.597	.571	.420	.259	6.00

2,405 / 6 (Anzahl Items) = 40 % Varianzaufkl.

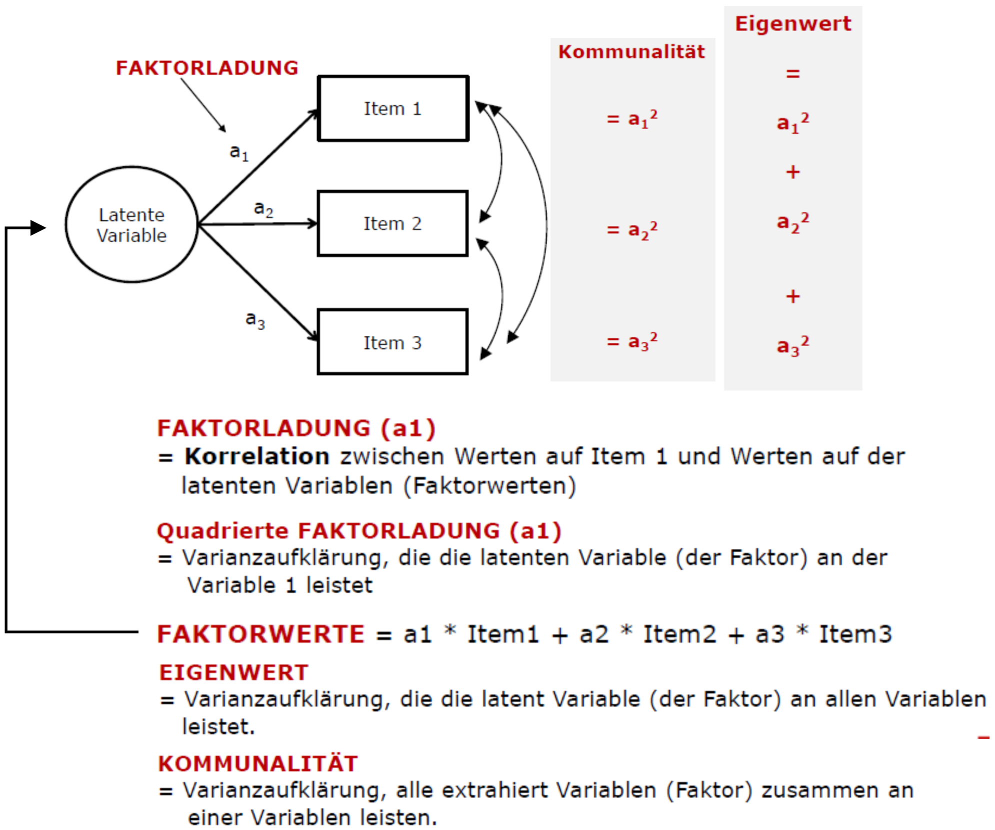
Je mehr Faktoren man extrahiert, desto mehr sinkt die Kommunalität, in Abhängigkeit zu der Varianzaufklärung des Faktors, der rausgenommen wird

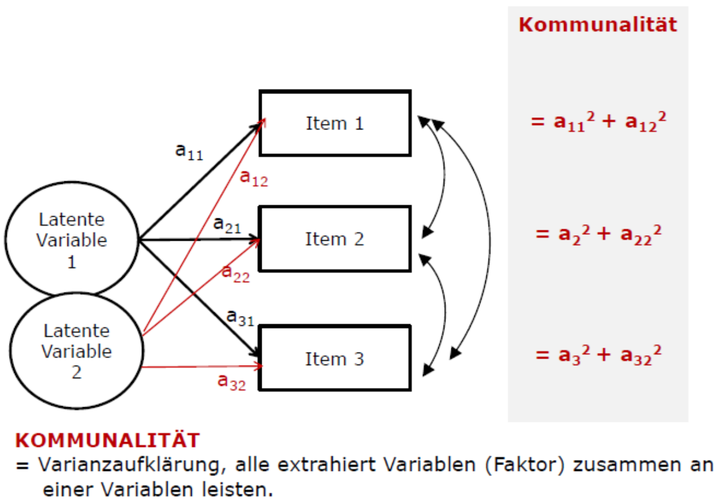
Kennwerte:

1. Faktorladung (a):
   - Korrelation zwischen einer Variablen mit dem Faktor bzw. Faktorwerten
2. Faktorwert:
   - Wert einer Person auf dem Faktor (Wert = z-standardisiert, d.h. Faktorwert 0 = Mittelwert)
   - = Linearkombination von Itemwerte * Korrelationsquadrate | Gewichtete Aufsummierung
   - = a1 * Item1 + a2 * Item2 + a3 * Item3
   - Summe aller Faktorwerte auf ein Item ergibt den Itemwert der Person

> - Der Faktorwert ist ein gewichteter Wert, der den Ausprägungsgrad einer Person auf einem Faktor darstellt. Die Gewichtung erfolgt anhand der Faktorladungen der Items.
> - (Gewichtete Summe der Werte einer Person auf allen Items)
> - Faktorwert = z-standardisierte Werte
> - (M = 0.00; SD = 1.00; Range: –∞ bis + ∞ bzw. -3.00 bis 3.00 -> 99.74%)

3. Eigenwert (λ_i):
   - Menge der Gesamtstreuung aller Variablen, die durch einen Faktor erklärt wird.
4. Kommunalität (h^2):
   - Varianzanteil einer Variablen, der durch alle Faktoren erklärt wird.





B. Mathematische Annäherung an die Faktorenextraktion

- **Fundamentaltheorem/Bestimmungsgleichung**:

$$x_{mi} = f_{m1} \bullet a_{i1} + f_{m2} \bullet a_{i2} + \dots + f_{mp} \bullet a_{ip} = \sum_{j=1} f_{mj} \bullet a_{ij}$$

x_{mi} = Wert einer Person m auf der Variable i
f_{mj} = Wert einer Person m auf dem Faktor j (Faktorwert)
a_{ij} = Ladung, die eine Variable i mit dem Faktor j hat (Faktorladung)
p = Anzahl der Faktoren

Gleichung enthält gewichtete Faktoren (abhängig von der Höhe der Korrelation zwischen Faktor und Variable)
→ kann den Wert jeder Person für jede Variable bestimmen

- Bestimmungsgleichung für sechs Items (und sechs Faktoren)

$$\begin{aligned}
x_{m1} &= f_{m1} \bullet a_{11} + f_{m2} \bullet a_{12} + f_{m3} \bullet a_{13} + f_{m4} \bullet a_{14} + f_{m5} \bullet a_{15} + f_{m6} \bullet a_{16} \\
x_{m2} &= f_{m1} \bullet a_{21} + f_{m2} \bullet a_{22} + f_{m3} \bullet a_{23} + f_{m4} \bullet a_{24} + f_{m5} \bullet a_{25} + f_{m6} \bullet a_{26} \\
x_{m3} &= f_{m1} \bullet a_{31} + f_{m2} \bullet a_{32} + f_{m3} \bullet a_{33} + f_{m4} \bullet a_{34} + f_{m5} \bullet a_{35} + f_{m6} \bullet a_{36} \\
x_{m4} &= f_{m1} \bullet a_{41} + f_{m2} \bullet a_{42} + f_{m3} \bullet a_{43} + f_{m4} \bullet a_{44} + f_{m5} \bullet a_{45} + f_{m6} \bullet a_{46} \\
x_{m5} &= f_{m1} \bullet a_{51} + f_{m2} \bullet a_{52} + f_{m3} \bullet a_{53} + f_{m4} \bullet a_{54} + f_{m5} \bullet a_{55} + f_{m6} \bullet a_{56} \\
x_{m6} &= f_{m1} \bullet a_{61} + f_{m2} \bullet a_{62} + f_{m3} \bullet a_{63} + f_{m4} \bullet a_{64} + f_{m5} \bullet a_{65} + f_{m6} \bullet a_{66}
\end{aligned}$$

Schritt 6

Faktorenanzahl

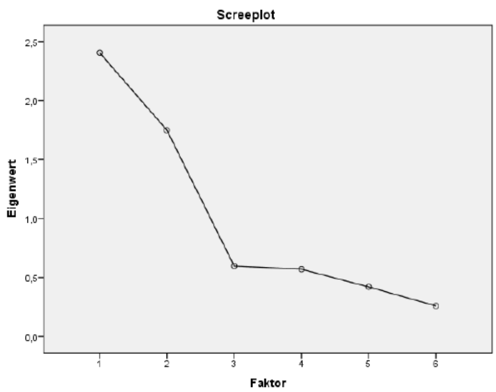
Wie viele Faktoren (Dimensionen) sind tatsächlich in den Daten enthalten?

Abbruchkriterien

1. Kaiser-Guttmann-Kriterium

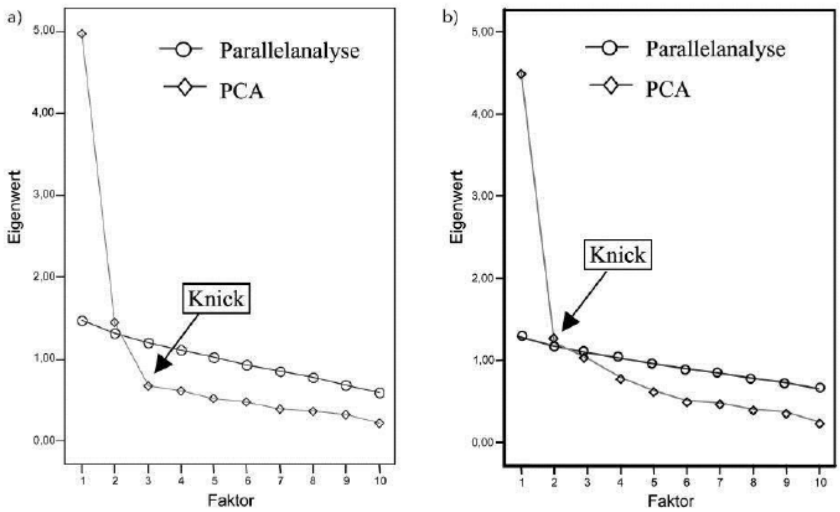
   Kritik: laxes Kriterium

   a. Itemswertkriterium:
      Eigenwerte sollten über 1 sein, damit die Faktoren durch mehr als ein Item erklärbar ist
   b. Extraktionskriterium:
      Faktoren mit Eigenwert von mind. 1 wird genommen
2. Scree-Test

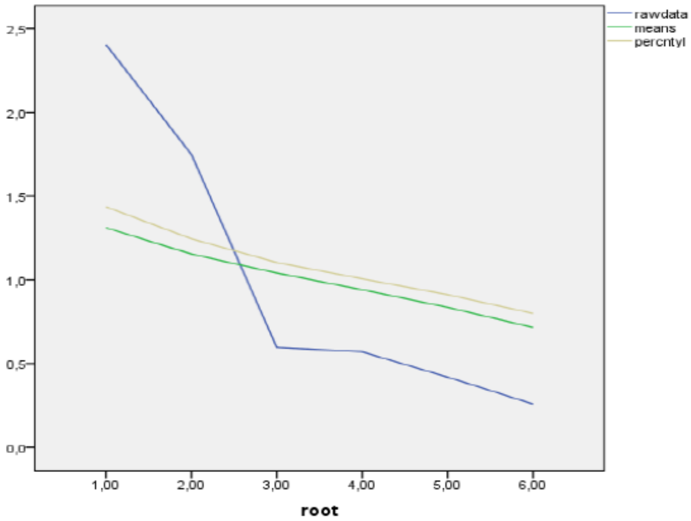


Die Eigenwerte sinken immer weiter ab, da sukzessive Bestimmung der Faktoren.
Im Scree-Plot werden Eigenwerte abgetragen. Im Beispiel hier würde man nur die ersten beiden Faktoren nehmen, da nach dem starken Abfall ein Knick passiert und der Abfall danach langsamer ist.
Dies ist eine subjektive Entscheidung, wird mit Paralleltest kombiniert, wenn Scree-Test schlecht interpretierbar ist.

3. Parallelanalyse



   a.
   b. zusätzlicher Eigenwertverlauf wird reingelegt. Programm generiert Zufallsdatensatz mit gleicher Anzahl unkorrelierten Variablen. Stichprobenziehung. N(Stichprobe fake)= N (Stichprobe real)häufige Wiederholung daraus hunderte Eigenwerte -> Mittelung -> gemittelte Eigenwertverläufe. Liegen Eigenwerte der realen Faktoren über den gemittelten Eigenwerte(Zufallslinie/Nullhypothese)), zeigt es an, dass sie signifikant sind



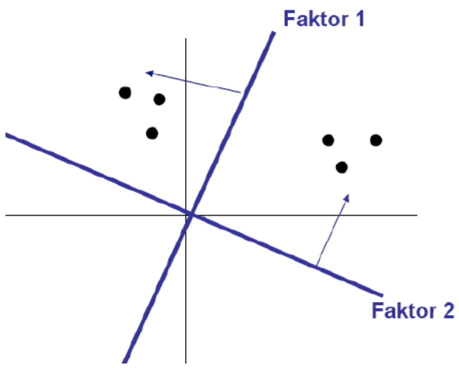
4. Theoretische Festlegung

Schritt 7

Faktorenrotation:

Rotation der Faktorenlösung zur Erhöhung der Interpretierbarkeit.

Problem vor Rotation: Variablen haben Mehrfachladungen auf mehreren Faktoren. Ziel der Rotation ist es eine einfachere Zuordnung der Variablen zu den Faktoren zu ermöglichen. Einige Variablen sollen mit dem Faktor hoch korrelieren und andere, für den Faktor irrelevante Variablen, sollen hingegen gering korrelieren.



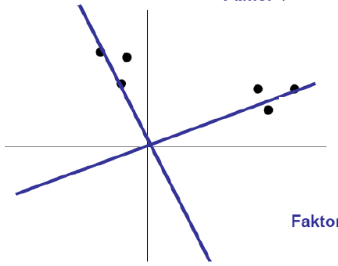
Rotationsarten:

1) Graphische Rotation
2) Analytische Rotation

Hauptunterscheidung: oblique vs. orthogonal

orthogonal: Rechtwinkligkeit der Faktoren wird beibehalten, siehe nächste Seite -> VARIMAX, z.B. bei unabhängigen Faktoren

oblique Rotation: Rechtwinkligkeit wird aufgehoben und Winkel zwischen Faktoren verkleinert. z.B. bei abhängigen Faktoren



Ziel der orthogonalen Rotation:

- Einfachere Zuordnung der Variablen zu den Faktoren
- Einige Variablen sollen hoch mit dem Faktor korrelieren, andere, für den Faktor irrelevante Variablen, hingegen gering

Das Varimaxkriterium

- Die Varimax Rotation soll die **Varianz maximieren**
- Aber welche? -> Die Varianz der Ladungsquadrate (Korrelationen) pro Faktor

Beispiel:

- Auf Faktor 1 variieren nach der Faktorenextraktion die Korrelationen der einzelnen Variablen mit dem Faktor zwischen **.4 und .5**
- Für die Interpretation und Zuschreibung einzelner Variablen zu den Faktoren ist es besser, wenn einige Variablen hoch, andere niedrig mit dem Faktor korrelieren
- Nach der Rotation variieren die Korrelationen der Variablen auf dem Faktor 1 zwischen **.1 und .8**
- Die Varianz der Korrelationen (Ladungsquadrate) wurde maximiert

Beispiel: Extraversion / Neurotizismus – Faktorladungen (a)

	Faktoren		rotierte Faktoren		
	1	2	1	2	
Item1	.694	.555	.888	.009	
Item2	.693	.407	.797	-.107	
Item3	.708	.442	.830	-.089	
Item4	-.525	.574	-.058	.775	
Item5	-.662	.536	-.191	.830	
Item6	-.477	.680	.044	.830	

Doppelladungen: Items haben Faktorladungen auf mehreren Faktoren

Wenig Variation

mehr Variation,
Zuordnung nun einfacher

Beispiel: Extraversion / Neurotizismus – quadrierte Faktorladungen (a^2)

	Faktoren		Kommunalität	rotierte Faktoren		Kommunalität
	1	2	h^2	1	2	h^2
Item1	.481	.308	.789	.789	.000	.789
Item2	.480	.166	.646	.635	.011	.646
Item3	.502	.196	.698	.689	.009	.698
Item4	.276	.329	.605	.004	.601	.605
Item5	.438	.287	.725	.036	.689	.725
Item6	.228	.463	.691	.002	.689	.691
Eigenwert	2.405	1.749		2.155	1.999	

+ 4.154   + 4.154

Aufsummierte Varianzaufklärung bleibt gleich, aber Varianzaufklärung wird verschoben. Dasselbe gilt für die Kommunalität

- Nach der Rotation lassen sich die Variablen bestimmten Faktoren zuordnen
- Markiervariablen zur Interpretation der Faktoren bzw. der Faktorstruktur verwenden

Itemauswahl aufgrund der Ladung

- $|a| < .30$: Item ist vernachlässigbar
- $|a| \geq .40$: Item kommt in Frage
- $|a| \geq .60$: Item sollte berücksichtigt werden

Beispiel: Extraversion / Neurotizismus

	rotierte Faktoren	
	1	2
Item1	**.888**	.009
Item2	**.797**	-.107
Item3	**.830**	-.089
Item4	-.058	**.775**
Item5	-.191	**.830**
Item6	.044	**.830**

Fürntratt-Kriterium: $a^2/h^2 > .5$
(Wird genutzt, wenn Faktorladung bei mehreren Faktoren ähnlich)
Faktorenanalyse analysiert immer alle Items mit allen Faktoren. Die Zusammenfassung zum Faktor macht dann eine Person.

- Der Faktor muss nun benannt werden
- Interpretation und Namensgebung orientiert sich an den zugeschriebenen Variablen

Unterschiede PCA/PFA/ML

Nicht klausurrelevant (WS1415)

Hauptkomponentenanalyse (PCA)

- Zusammenfassung ohne Rückführung auf latente Variable
- Annahme, dass die gesamte Varianz einer Variablen aufgeklärt werden kann (h^2=1)

Hauptachsenanalyse(PFA)

- Zusammenhänge zwischen Variablen (Items) werden auf eine latente Variable zurückgeführt
- Z.B. nicht beobachtbare latente Variable Extraversion beeinflusst die Geselligkeit und den Optimismus einer Person. Optimismus und Geselligkeit korrelieren folglich miteinander, weil beides durch Extraversion beeinflusst wird.
- Annahme Erfassung der Itemwerte messfehlerbehaftet/ Messfehler sind unabhängig von der latenten Variablen/ die latente Variable kann folglich nicht die gesamte Varianz eines Items erklären
- Kommunalität h^2 wird daher nicht einst gesetzt sondern über Reliabilität geschätzt (Multiple Korrelation jedes einzelnen Items mit den restlichen Items)
- Rechnerische Durchführung ansonsten identisch zur PCA

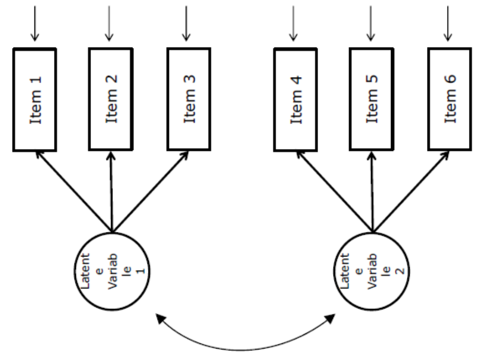
Maximum Likelihood (ML)

- Selber Umgang mit dem Kommunalitätsproblem wie PFA
- Abweichendes Kriterium bei der Faktorenextraktion

Konfirmatorische Faktorenanalyse

- Maximum-Likelihood(ML)-Diskrepanzfunktion
- Unweighted-Least-Square(ULS)-Diskrepanzfunktion
- Generalizied-Least-Square(GLS)-Diskrepanzfunktion
- Weighted-Least-Square(WLS)-Diskrepanzfunktion

Konfirmatorische Faktorenanalyse = Instrument der **deduktiven** Testkonstruktion
Liegt für ein interessierendes Konstrukt ein theoretisches Modell vor, kann mit Hilfe der konfirmatorischen Faktorenanalyse geprüft werden, ob das Modell auf die Daten passt (empirische Kovarianzmatrix versus modellimplizierte Kovarianzmatrix).
Items (manifeste Variablen) sind den Faktoren (latenten Variablen) bereits zugeordnet!



Exploratorische Faktorenanalyse	**Konfirmatorische Faktorenanalyse**
Kein theoretisches Modell	Theoretisches Modell
Anzahl der Faktoren wird durch die Analyse bestimmt	A priori Festlegung der Faktorenanzahl
Faktorenkorrelation wird durch die Analyse bestimmt	Faktoren werden a priori korreliert bzw. nicht korreliert
Zuordnung zwischen manifesten Variablen und Faktoren wird durch die Analyse bestimmt	Zuordnung zwischen manifesten Variablen und Faktoren wird durch a priori Restriktionen bestimmt

Schritte der konfirmatorischen Faktorenanalyse

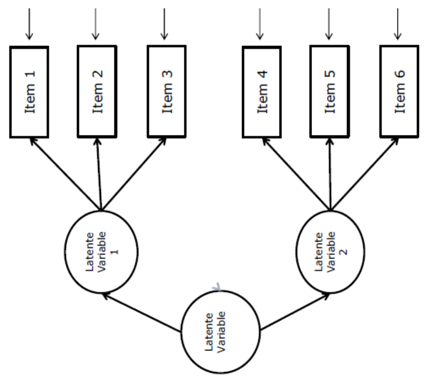
1. **Spezifikation des Modells** (Überführung in ein Gleichungssystem)
2. Identifikation des Modells
3. Datenerhebung
4. **Parameterschätzung und Signifikanzprüfung**
5. Beurteilung der Hypothesen

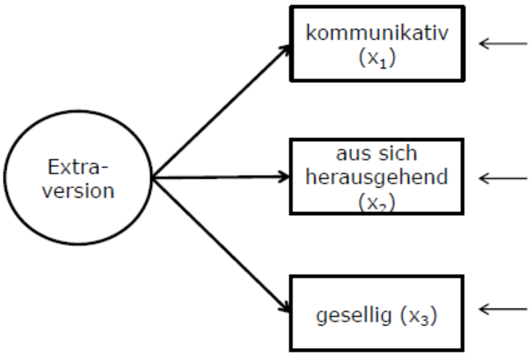
Schritt 1

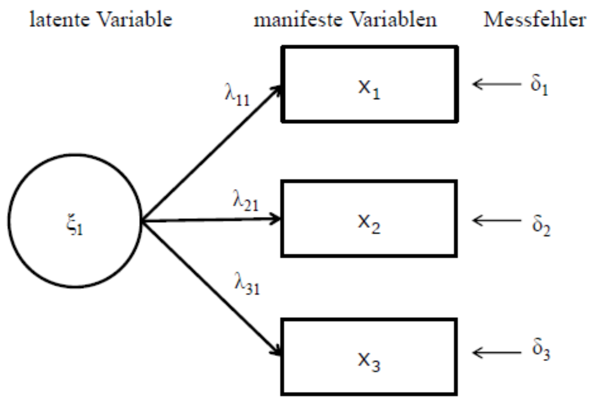
Spezifikation
=Spezifikation der Beziehung zwischen latenten und manifesten Variablen

Latente Variable
= nicht beobachtbares Konstrukt, das durch beobachtbare manifeste Variablen (Items) erfassbar gemacht werden soll
= Faktor, Dimension, Komponente (folglich exploratorischer FA)

- Definition des theoretischen Konzepts (Dimensionalität; Hierarchieebenen)
- Formulierung der latenten Variablen
- Formulierung der manifesten Variablen
- Formulierung der Beziehung zwischen latenten und manifesten Variablen (Messgleichungen)







Wert einer Person auf Item 1 ergibt sich aus:

Lambda = Faktorladung

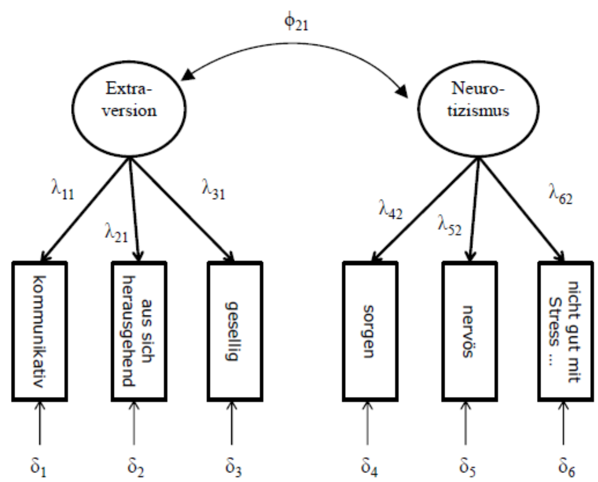
Xi = Faktorwerte

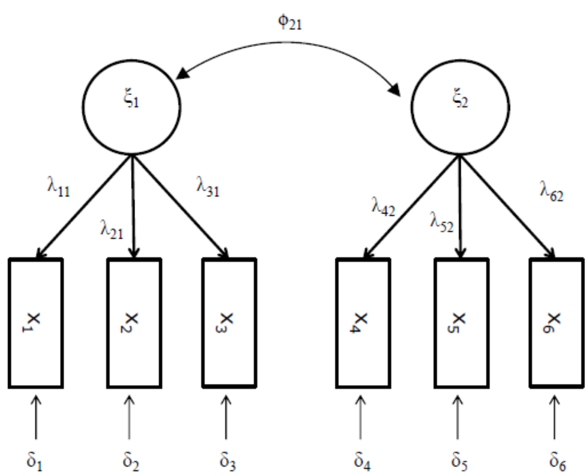
Delta = Fehlervariable

$$x_1 = \lambda_{11} \cdot \xi_1 + \delta_1$$
$$x_2 = \lambda_{21} \cdot \xi_1 + \delta_2$$
$$x_3 = \lambda_{31} \cdot \xi_1 + \delta_3$$

latente Variable manifeste Variablen Messgleichung

Abkürzung	Großschrift	Sprechweise	Bedeutung
ξ	Ξ	Ksi	Latente Variable / Faktor
x	X	x	manifeste Indikatorvariable/ Items
λ	Λ	Lambda	Pfadkoeffizent/ Faktorladung/ Ladung
δ	Δ	Delta	Residualvariable/ Fehlervariable

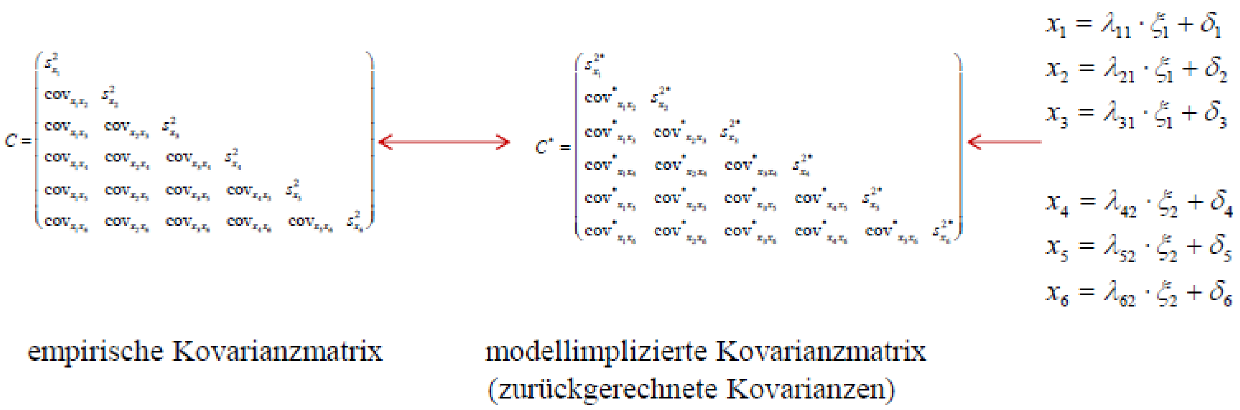


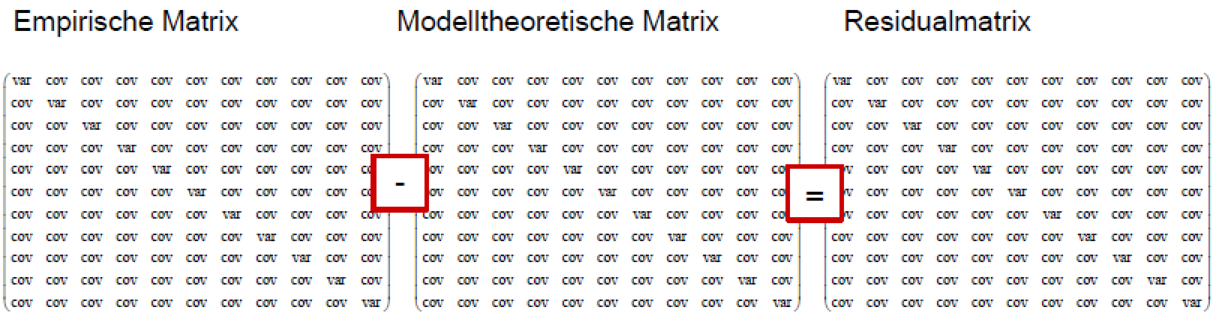


Schritt 4

Schätzung der Modellparameter

- Die Schätzung der Parameter ist ein *iterativer* Prozess
- Programme: AMOS, LISREL, EQS, Mplus





1. Maximum Likelihood (ML) – Diskrepanzfunktion:

Die Differenz zwischen den Determinanten der Empirischen Matrix und der modelltheoretischen Matrix soll minimiert werden*: $\|S\| - \left\|\sum(\Theta)\right\| \rightarrow \min$

Schritt 4

Modellevaluation

χ2 - Statistik

- nicht signifikantes Ergebnis -> Modell passt auf die Daten
- Problem: Signifikanz ist Abhängig vom Stichprobenumfang
- Kleines N -> Erhöht die Wahrscheinlichkeit fälschlicher Modellannahmen
- Großes N -> Erhöht die Wahrscheinlichkeit fälschlicher Modellablehnungen
- ➔ Für Entscheidungen müssen daher immer weitere **Goodness of Fit Indizes** berücksichtigt werden

Modellprüfung

- Streng konfirmatorisch (ein Modell wird bestätigt oder widerlegt)
- Ausgangsmodell wird theoriegeleitete schrittweise den Daten angepasst (Modifikationsprozess)
- Konkurrierende Modelle werden gegeneinander geprüft